



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2008/09

14522 - CÁLCULO

**ASIGNATURA:** 14522 - CÁLCULO

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Técnico en Topografía

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Matemática Aplicada

**PLAN:** 10 - Año 2001 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 7,5

**TEÓRICOS:** 6

**PRÁCTICOS:** 1,5

## Información ECTS

Créditos ECTS:6

Horas de trabajo del alumno:150

Horas presenciales:

- Horas teóricas (HT):21
- Horas prácticas (HP):42
- Horas de clases tutorizadas (HCT):8
- Horas de evaluación:6
- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):10
- actividad independiente (HAI):63

Idioma en que se imparte:castellano

## Descriptores B.O.E.

Cálculo infinitesimal. Integración. Ecuaciones diferenciales. Métodos numéricos. Continuidad y derivabilidad. Aproximación polinómica.

## Temario

### TEMA 1: NÚMEROS Y FUNCIONES REALES

1.1 Los números reales: propiedades algebraicas y de completitud

1.2 Valor Absoluto. Desigualdades. Inecuaciones. Principio de inducción

1.3 Funciones reales y sus propiedades geométricas: definiciones y terminología, ejemplos básicos de funciones, funciones acotadas, monotonía y convexidad, extremos locales y puntos de inflexión, propiedad de los valores intermedios

### TEMA 2 : LÍMITES Y CONTINUIDAD

2.1 Límites de funciones reales de una variable real. Notación de Landau. Funciones equivalentes

2.2 Continuidad de funciones

2.3 Propiedades básicas de las funciones continuas: continuidad y acotación, continuidad y monotonía, continuidad y convexidad, continuidad y propiedad de los valores intermedios,

continuidad uniforme.

### TEMA 3: LA DERIVADA Y SUS APLICACIONES

3.1. Concepto de derivada de una función real de variable real y sus propiedades básicas: diferencial de una función en un punto, derivación y continuidad, regla de la cadena, derivada de la función inversa, derivadas de orden superior, tangentes y normales a curvas.

3.2. Teoremas del valor medio: condición necesaria de extremo relativo, Teorema de Rolle, Teorema del valor medio de Cauchy, Teorema de los incrementos finitos de Lagrange, propiedad de Darboux o propiedad de los valores intermedios, aplicaciones de los teoremas del valor medio al estudio del crecimiento de una función en el entorno de un punto y a la estimación de desigualdades.

3.3 Reglas de L'Hôpital

3.4 Aproximación mediante funciones polinómicas

3.4.1 Fórmula de Taylor.

3.4.2 Fórmula de Taylor de algunas funciones.

3.4.3 Aplicaciones de la fórmula de Taylor: cálculos aproximados, demostración de algunas desigualdades, cálculo de límites, estudio local de una función (extremos locales, monotonía y convexidad)

3.5 Representación gráfica de funciones.

### TEMA 4: CÁLCULO DE PRIMITIVAS ( LA INTEGRAL INDEFINIDA)

4.1 Definición de primitiva y primeras propiedades.

4.2 Integración por cambio de variable.

4.3 Integración por partes.

4.4 Integración de funciones racionales.

4.5 Integración de funciones trigonométricas.

4.6 Integración de algunas funciones irracionales.

### TEMA 5: LA INTEGRAL DE RIEMANN.

5.1 Definición de integral definida en sentido de Riemann y sus propiedades. Criterio de integrabilidad.

5.2 Funciones integrables.

5.3 El teorema fundamental del Cálculo. Consecuencias (Regla de Barrow).

5.4 Aplicaciones de la integral al cálculo de áreas de regiones encerradas por curvas planas, al cálculo de longitudes de arcos de curva y al cálculo de volúmenes de sólidos.

5.5 Introducción a las integrales impropias: definición y criterios de convergencia de integrales.

### TEMA 6: ECUACIONES DIFERENCIALES

6.1 Motivación y definiciones básicas.

6.2 Ecuaciones Diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden

6.3 Teorema de existencia y unicidad

6.4 EDO lineales

6.5 Algunos Tipos especiales de EDO de primer orden

6.6 EDO de segundo orden lineales

## TEMA 7: INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

7.1 Introducción a algunos métodos numéricos para resolver sistemas de ecuaciones, integrales y EDO.

### Requisitos Previos

Es muy conveniente que los alumnos tengan un dominio operativo de Matemáticas II de 2º de Bachillerato LOGSE.

En concreto, los conocimientos previos más importantes son:

- 1) saber manejar y resolver ecuaciones algebraicas
- 2) estar familiarizado con las representaciones gráficas y con las propiedades de las funciones elementales (trigonométricas, exponenciales, logaritmos, etc.)
- 3) ser capaz de derivar e integrar funciones de una variable

Los alumnos que no posean estos conocimientos previos tienen la oportunidad de adquirirlos a través de los Cursos de armonización de conocimientos que organiza la ULPGC a comienzo de cada curso académico.

### Objetivos

#### Objetivos generales

El alumno debería ser capaz de:

- 1) Planificar y organizar sus actividades de cara al aprendizaje, ya sea individualmente o en grupo.
- 2) Buscar, seleccionar y sintetizar información bibliográfica en diversas fuentes.
- 3) Adquirir una terminología básica en Matemáticas que le permita expresarse con precisión en el ámbito de la ciencia y comunicar temas matemáticos correctamente tanto oralmente como mediante frases bien escritas.
- 4) Mostrar la interrelación de las Matemáticas con otras ciencias, en especial, con la Física y la Biología.
- 5) Desarrollar la capacidad de razonamiento a través de la metodología matemática.
- 6) Desarrollar una actitud crítica que le permita cuestionar planteamientos propuestos, sugerir nuevas ideas e interpretar resultados y discutir si son razonables.
- 7) Manejar a nivel de usuario un ordenador y utilizar algunas herramientas informáticas básicas para resolver problemas, interpretar resultados y verificar conclusiones.

#### Objetivos específicos

El alumno debería ser capaz de:

#### Tema 1: Números y funciones reales

- 8) Determinar, si existen, el supremo, ínfimo, máximo y mínimo de conjuntos de  $\mathbb{R}$ .
- 9) Resolver inecuaciones, esto es, hallar los valores reales para los que es válida una desigualdad.
- 10) Demostrar por inducción la validez de enunciados
- 11) Determinar el dominio y la imagen de una función real de variable real así como de su posible función inversa.
- 12) Conocer y aplicar las operaciones con funciones.
- 13) Deducir del análisis de la gráfica de una función real información analítica de la misma.
- 14) Conocer las funciones elementales, sus principales características y su representación gráfica.

#### Tema 2: Límites y continuidad

- 15) Comprender de forma intuitiva la definición de límite (finito o infinito) de una función en un punto así como sus propiedades.
- 16) Estimar límites a partir de la gráfica de una función.
- 17) Calcular límites usando álgebra y equivalencias entre infinitésimos e infinitos.
- 18) Estudiar la continuidad de una función en su dominio, clasificando sus discontinuidades en caso de que existan.
- 19) Conocer la relación entre monotonía y continuidad.
- 20) Conocer y aplicar las propiedades fundamentales de las funciones continuas.

### Tema 3: La derivada y sus aplicaciones

- 21) Conocer y comprender el concepto e interpretación geométrica de la derivada y de la diferencial de una función en un punto.
- 22) Interpretar la derivada como la tasa de cambio instantánea en diversos contextos aplicados, incluyendo velocidad y aceleración.
- 23) Conocer y aplicar la relación entre derivabilidad y continuidad.
- 24) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de una función compuesta.
- 25) Calcular la derivada de una función invertible.
- 26) Calcular las derivadas sucesivas de una función.
- 27) Hallar las rectas tangente y normal a una curva plana en sus diferentes formas de representación.
- 28) Determinar, dadas tres gráficas, cuál es  $f$ ,  $f'$  y  $f''$  y por qué.
- 29) Aplicar el conocimiento de los signos de las sucesivas derivadas de una función para estudiar su comportamiento local: extremos relativos, monotonía y convexidad.
- 30) Aplicar los teoremas del valor medio y conocer sus consecuencias geométricas.
- 31) Obtener el desarrollo de Taylor de una función en un punto y aplicarlo a la estimación de errores y al cálculo de límites.
- 32) Utilizar las reglas de L'Hôpital y los infinitésimos equivalentes para calcular límites indeterminados.
- 33) Obtener la representación gráfica aproximada de una función real.

### Tema 4: Cálculo de primitivas

- 34) Conocer y aplicar las técnicas usuales de integración para obtener primitivas de funciones.

### Tema 5: La integral de Riemann

- 35) Conocer y comprender el concepto de integral de Riemann como límite de sumas de Riemann.
- 36) Conocer los tipos básicos de funciones integrables y las propiedades de la integral definida.
- 37) Usar el teorema fundamental del cálculo para evaluar integrales definidas.
- 38) Usar el teorema fundamental del cálculo para representar una particular primitiva de una función y deducir información gráfica y analítica de funciones así definidas.
- 39) Aplicar la integral para calcular áreas de regiones planas, volúmenes de sólidos con secciones transversales conocidas y longitudes de curvas.
- 40) Aplicar la integral en diversos modelos físicos, biológicos o económicos
- 41) Reconocer integrales impropias y estudiar su convergencia.

### Tema 6: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- 42) Resolver EDO de primer orden  $y'=f(x,y)$  de los tipos sencillos: separables, lineales, homogéneas, etc.
- 43) Analizar diversos ejemplos de EDO para comprobar la existencia o no de soluciones.
- 44) Bosquejar curvas integrales de EDO sencillas a partir del campo de direcciones y del método de las isoclinas.
- 45) Plantear y resolver mediante EDO de primer y segundo orden diversos problemas físicos: trayectorias ortogonales, problemas de mecánica, crecimiento de una población, problemas de mezcla, etc.
- 46) Resolver EDO de segundo orden lineales.

## Tema 7: Introducción a los métodos numéricos

- 47) Aplicar algunos métodos numéricos a la resolución de problemas matemáticos, comparando los errores.

## Metodología

### Metodología

La metodología usada en esta asignatura con el fin de lograr el aprendizaje y la adquisición de competencias por parte del alumno, consta de los siguientes elementos:

- 1) Clases de teoría: el Profesor expondrá de forma clara, elegante y accesible los contenidos teóricos de los diversos temas mostrando siempre su necesidad y relación entre ellos. Para ello, no se comenzará directamente con definiciones de conceptos matemáticos, sino que éstos serán introducidos como consecuencia de observaciones y necesidades lógicas. Antes del comienzo de cada lección el alumno conocerá cuáles son los objetivos que debería adquirir y se procurará que disponga de material bibliográfico adecuado para el seguimiento de la clase. Además, se intentará estimular siempre la participación del estudiante para afrontar el reto europeo.
- 2) Prácticas de aula: se dedicarán a la resolución de problemas en la pizarra. Mucho del progreso de los alumnos tiene lugar mientras resuelven problemas. Por esta razón, el profesor indicará al alumno una lista de problemas sobre la que el alumno deberá trabajar.
- 3) Cuestionarios: se trata de una actividad no presencial y de carácter individual en la que el alumno deberá resolver una serie de problemas que se le propondrán cada 1 ó 2 temas.
- 4) Examen: para evaluar los conocimientos que el alumno debería haber adquirido se realizarán un examen final cuando finalice el primer cuatrimestre y un examen parcial en el mes de Enero.

## Criterios de Evaluación

Todos los elementos descritos en la metodología son evaluables. La calificación global de la asignatura se realizará sobre 10 puntos. El examen final valdrá 7 puntos mientras que el examen parcial y el cuestionario valdrán 2 y 1 punto respectivamente cada uno de ellos. Ahora bien, para que el alumno supere la asignatura deberá sacar como mínimo un 3 en el examen final.

Aquellos alumnos que por cualquier causa no puedan seguir esta metodología activa donde la participación y la dedicación continua a la asignatura es primordial, tendrán la posibilidad de presentarse a un examen final que será valorado sobre 10 puntos.

## Descripción de las Prácticas

Las clases de prácticas se dedicarán a la resolución de problemas en la pizarra y se procurará introducir a los alumnos en el sistema computacional de cálculo simbólico Mathematica a fin de que puedan utilizar esta herramienta computacional para resolver problemas.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Guía Práctica de Cálculo infinitesimal en una variable real /

*Félix Galindo Soto, Javier Sanz Gil, Luis A. Tristán Vega.*  
*Thomson,, Madrid[etc.] : (2003)*  
517.5

---

### [2 Básico] Introducción al análisis matemático /

*Joaquín M. Ortega.*  
*Labor,, Barcelona : (1993)*  
84-335-3047-X

---

### [3 Básico] Introducción al cálculo :problemas y ejercicios resueltos /

*José Ramón Franco Brañas.*  
*Pearson, Prentice Hall,, Madrid : (2004) - ([Reimp.].)*  
84-205-3676-8

---

### [4 Básico] Cálculo infinitesimal de una variable /

*Juan de Burgos Román.*  
*, McGraw-Hill, Madrid, (1994)*  
8448118995

---

### [5 Básico] Problemas resueltos de cálculo en una variable /

*Venancio Tomeo Perucha, Isaías Uña Juárez, Jesús San Martín Moreno.*  
*Thomson Paraninfo,, Madrid [etc.] : (2005)*  
8497322894

---

### [6 Recomendado] Cálculo I: teoría y problemas de análisis matemático en una variable /

*Alfonsa García López ... et al.*  
*CLAGSA,, Madrid : (1994) - (2ª ed.)*  
8460509443

## Organización Docente de la Asignatura

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
Semana 1: Presentación Martes 25 y teoría Tema 1	3	0	0	0	0	1, 2, 3, 5
Semana 2: Problemas Tema 1	0	5	0	0	4	1, 2, 3, 7, desde el 8 al 14

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
Semana 3: Teoría y problemas Tema 2	2	1	0	2	3	2, 3, 4, 5, 6, 7, desde el 15 al 18
Semana 4: Teoría y problemas Tema 2	1,5	3,5	0	0	4	2, 6, 7, desde el 19 al 20
Semana 5: problemas Tema 2	0	3	2	0	3	3, 4, 6, 7, desde el 15 al 20
Semana 6: teoría y problemas Tema 3	2	3	0	0	4	2, 3, 4, 6, desde el 21 al 25
Semana 7: teoría y problemas Tema 3	1,5	2,5	1	2	4	1, 2, 4, 7, desde el 25 al 30
Semana 8: teoría y problemas Tema 3	1	3	1	1	3	2, 3, 4, 6, desde el 31 al 33
Semana 9: problemas Tema 3 y teoría Tema 4	2	2	1	1	4	1, 2, 6, 7, desde el 31 al 34
Semana 10: teoría y problemas Tema 4	1	4	0	0	4	2, 6, 34
Semana 11: problemas Tema 4	0	2	2?	1	4	1, 5, 34
Semana 12: teoría y problemas Tema 5	2	3	0	1	4	3, 4, 6, 7, desde el 35 al 38
Semana 13: teoría y problemas Tema 5	1	3	0	0	4	3, 4, 6, 7, desde el 38 al 41
Semana 14: teoría y problemas Tema 6	2	3	0	1	4	2, 3, 4, 6, desde el 42 al 44

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
Semana 15: teoría Tema 7 y problemas Tema 6 y 7	2	3	0	1	4	1, 2, 7, 45, 46
Semana 16: problemas Tema 7	0	1	1	0	0	1, 2, 47
TOTAL:	21	42	8	10	53	

## Equipo Docente

### AGUSTÍN MARCELO VEGA

(COORDINADOR)

**Categoría:** CATEDRÁTICO DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458717

**Correo Electrónico:** amarcelo@dma.ulpgc.es

### CÉSAR RODRÍGUEZ MIELGO

(RESPONSABLE DE PRACTICAS)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458819

**Correo Electrónico:** cesar@dma.ulpgc.es

## Resumen en Inglés

This course is concerned with real-valued functions of one real variable and possibly an introductory course in differential equations and numerical methods.

This course attempts to give a rigorous introduction to calculus of functions of one variable: functions and graphs, discussion of limits, techniques of differentiation and integration, Taylor expansions, geometrical applications, etc. In the course of our exposition we highlight the fact that calculus provides a firm foundation of several concepts and results that are generally encountered in secondary education.

Students are encouraged to practice the essential techniques through numerous and selected exercises in order to learn mathematics by doing problems.

The formal prerequisites for this course do not go beyond what is normally covered in high school: basic algebra, coordinate geometry and the beginnings of differentiation.

For pedagogical reasons we avoid slick proofs and sacrifice brevity for straightforwardness.